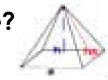
Mathematatik

Volumenberechnung Pyramide Lösung

1. **Wie lautet die Formel für die Volumenberechnung einer Pyramide?**

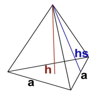
$V=\frac{1}{3}\cdot G\cdot h$

2. **Wie lautet die Formel für die Volumenberechnung einer Pyramide mit quadratischer Grundfläche?**



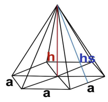
$V=\frac{1}{3}\cdot a^2\cdot h$

3. **Wie lautet die Formel für die Volumenberechnung einer regelmäßigen Dreieckpyramide?**



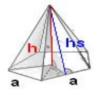
$V=\frac{a^2}{12}\cdot\sqrt{3}\cdot h$

4. **Wie lautet die Formel für die Volumenberechnung einer regelmäßigen Sechseckpyramide?**



$V=\frac{a^2}{2}\cdot\sqrt{3}\cdot h$

5. **Wie lautet die Formel für die Volumenberechnung einer regelmäßigen n-Eckpyramide?**



$V=\frac{1}{3}\cdot G\cdot h$

6. Eine 8 cm hohe Pyramide mit einem Quadrat als Grundfläche hat eine Seitenlänge a = 6 cm. **Wie groß ist das Volumen der Pyramide?**

$V=\frac{1}{3}\cdot a^2\cdot h \quad V=\frac{1}{3}\cdot(6\ \text{cm})^2\cdot 8\ \text{cm}=12\ \text{cm}^2\cdot 8\ \text{cm}=96\ \text{cm}^3$ **Die Pyramide hat ein Volumen von 96 cm³.**

7. Eine 11 cm hohe, rechteckige Pyramide hat die Seitenlängen a = 60 mm und b = 4 cm. **Wie groß ist das Volumen der Pyramide?**

$V=\frac{1}{3}\cdot a\cdot b\cdot h \quad V=\frac{1}{3}\cdot 6\ \text{cm}\cdot 4\ \text{cm}\cdot 11\ \text{cm}=88\ \text{cm}^3$ **Die Pyramide hat ein Volumen von 88 cm³.**

8. Eine Pyramide hat eine gleichseitige, dreieckige Grundfläche mit a = 4,5 dm und eine Körperhöhe h_K = 8 cm. **Wie groß ist das Volumen der Pyramide?**

$V=\frac{a^2}{12}\cdot\sqrt{3}\cdot h \quad V=\frac{(45\ \text{cm})^2}{12}\cdot\sqrt{3}\cdot 8\ \text{cm} \quad V=168{,}75\ \text{cm}^2\cdot\sqrt{3}\cdot 8\ \text{cm}\approx 2338{,}27\ \text{cm}^3$

Die Pyramide hat ein Volumen von 2 338,27 cm³.

9. Eine 9 cm hohe Sechseckpyramide hat eine Seitenlänge a = 4,5 cm. **Wie groß ist das Volumen der Pyramide?** $V=\frac{a^2}{2}\cdot\sqrt{3}\cdot h \quad V=\frac{(4{,}5\ \text{cm})^2}{2}\cdot\sqrt{3}\cdot 9\ \text{cm}=10{,}125\ \text{cm}^2\cdot\sqrt{3}\cdot 9\ \text{cm}\approx 157{,}91\ \text{cm}^3$

Die Pyramide hat ein Volumen von 157,91 cm³.

10. Eine Pyramide hat eine Grundfläche von 72,25 cm² und ein Volumen von 289 cm³. **Wie hoch ist die Pyramide?** $h=\frac{V}{G} \quad h=289\frac{\text{cm}^3}{72{,}25\ \text{cm}^2}=4\ \text{cm}$ **Die Pyramide ist 4 cm hoch.**

11. Eine 15 cm hohe, quadratische Pyramide hat ein Volumen von 281,25 cm³. **Welche Länge hat die Grundseite a?** $a=\sqrt{\frac{V\cdot 3}{h}} \quad a=\sqrt{\frac{281{,}25\ \text{cm}^3\cdot 3}{15\ \text{cm}}}=7{,}5\ \text{cm}$ **Die Grundseite a hat eine Länge von 7,5 cm.**

12. Der Umfang der Grundfläche der Cheops-Pyramide von Gizeh beträgt circa 920 m. Die Höhe betrug 146,6 m, heute sind es etwa 10 m weniger. **Welches Volumen besaß die Cheops-Pyramide ursprünglich?**

$a=\frac{U}{4}=920\frac{\text{m}}{4}=230\ \text{m} \quad V=\frac{1}{3}\cdot a^2\cdot h \quad V=\frac{1}{3}\cdot(230\ \text{m})^2\cdot 146{,}6\ \text{m}\approx 2585046{,}18\ \text{m}^3$

Das Volumen der Cheops-Pyramide betrug 2 585 046,18 m³.

13. Ein Zelt hat eine quadratische Grundfläche mit der Grundseite a = 2,1 m und vier gleichseitigen Dreiecken als Seitenflächen. **Welches Volumen hat der Zeltraum?**

$h=\sqrt{s^2-\left(\frac{a\cdot\sqrt{2}}{2}\right)^2} \quad h=\sqrt{(2{,}1\ \text{m})^2-\left(\frac{2{,}1\ \text{m}\cdot\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\sqrt{4{,}41\ \text{m}^2-2{,}205\ \text{m}^2}\approx 1{,}48\ \text{m}$

$V=\frac{1}{3}\cdot a^2\cdot h=\frac{1}{3}\cdot(2{,}1\ \text{m})^2\cdot 1{,}48\ \text{m}\approx 2{,}18\ \text{m}^3$ **Der Zeltraum hat ein Volumen von 2,18 m³.**

Mathematik

Volumenberechnung Pyramide Lösung

14. **Welches Volumen hat eine Pyramide mit einem gleichseitigen Dreieck als Grundfläche, wenn a = 90 mm und h = 11 cm sind?** $V=\frac{a^2}{12}\cdot\sqrt{3}\cdot h$ $\quad V=\frac{(9\text{ cm})^2}{12}\cdot\sqrt{3}\cdot 11\text{ cm}=6{,}75\text{ cm}^2\cdot\sqrt{3}\cdot 11\text{ cm}\approx 128{,}60\text{ cm}^3$

Die Pyramide hat ein Volumen von 128,60 cm³.

15. Eine rechteckige Pyramide hat die Grundseiten a = 9 cm und b = 15 cm sowie eine Höhe h = 1,2 dm. **Welche Höhen haben die Seitenflächen h_a und h_b?**

$h_a=\sqrt{h^2+(\frac{b}{2})^2}$ $\quad h_a=\sqrt{(12\text{ cm})^2+(15\frac{\text{cm}}{2})^2}\approx 14{,}15\text{ cm}$ $\quad h_b=\sqrt{h^2+(\frac{a}{2})^2}$ $\quad h_b=\sqrt{(12\text{ cm})^2+(9\frac{\text{cm}}{2})^2}\approx 12{,}81\text{ cm}$

Die Höhen der Seitenfläche betragen h_a = 14,15 cm und h_b = 12,81 cm.

16. Eine Sechseckpyramide hat eine Seitenlänge a = 5,5 cm und eine Seitenkante s = 6,8 cm. **Wie groß ist das Volumen der Pyramide?**

$h=\sqrt{s^2-a^2}$ $\quad h=\sqrt{(6{,}8\text{ cm})^2-(5{,}5\text{ cm})^2}=\sqrt{46{,}24\text{ cm}^2-30{,}25\text{ cm}^2}\approx 4{,}00\text{ cm}$

$V=\frac{a^2}{2}\cdot\sqrt{3}\cdot h=\frac{(5{,}5\text{ cm})^2}{2}\cdot\sqrt{3}\cdot 4\text{ cm}\approx 104{,}82\text{ cm}^3$ **Die Pyramide hat ein Volumen von 104,82 cm³.**

17. Sabine bekommt eine Parfümflasche in Form einer regelmäßigen Pyramide von ihrer Freundin geschenkt. **Wie viele Milliliter hat sie geschenkt bekommen, wenn die Flasche die Maße a = 3 cm und h_s = 7 cm hat?**

$h=\sqrt{h_s^2-(\frac{a}{2})^2}$ $\quad h=\sqrt{(7\text{ cm})^2-(3\frac{\text{cm}}{2})^2}=\sqrt{49\text{ cm}^2-2{,}25\text{ cm}^2}\approx 6{,}84\text{ cm}$

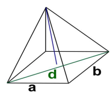
$V=\frac{1}{3}\cdot a^2\cdot h=\frac{1}{3}\cdot(3\text{ cm})^2\cdot 6{,}84\text{ cm}\approx 20{,}52\text{ cm}^3=20{,}52\text{ ml}$ **Sie hat 20,52 ml Parfum geschenkt bekommen.**

18. Eine Buchstütze aus Kristallglas hat die Form einer quadratischen Pyramide. **Wie schwer ist die Buchstütze, wenn a = 7,5 cm, h = 15 cm und ρ= 2,95 g/cm³ ist?**

$V=\frac{1}{3}\cdot a^2\cdot h$ $\quad V=\frac{1}{3}\cdot(7{,}5\text{ cm})^2\cdot 15\text{ cm}=281{,}25\text{ cm}^3$ $\quad m=281{,}25\text{ cm}^3\cdot 2{,}95\text{ g/cm}^3\approx 829{,}69\text{ g}$

Die Buchstütze hat ein Gewicht von 829,69 g.

19. Eine rechteckige Pyramide hat die Grundseiten a = 12 cm und b = 18 cm sowie eine Höhe h = 15 cm. **Welche Länge hat die Bodendiagonale d?**



$d=\sqrt{a^2+b^2}$ $\quad d=\sqrt{(12\text{ cm})^2+(18\text{ cm})^2}=\sqrt{144\text{ cm}^2+324\text{ cm}^2}\approx 21{,}63\text{ cm}$

Die Bodendiagonale d hat eine Länge von 21,63 cm.

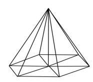
20. Von einer quadratischen Pyramide ist die Grundseite a = 5 cm und s = 5,5 cm bekannt. **Welche Höhe h hat die Pyramide?** $h_s=\sqrt{s^2-(\frac{a}{2})^2}=\sqrt{(5{,}5\text{ cm})^2-(5\frac{\text{cm}}{2})^2}\approx 4{,}90\text{ cm}$ $\quad h=\sqrt{h_s^2-(\frac{a}{2})^2}=\sqrt{(4{,}90\text{ cm})^2-(5\frac{\text{cm}}{2})^2}\approx 4{,}21\text{ cm}$

Die Pyramide hat eine Höhe von 4,21 cm.

21. Die Verpackung der Kaffeesahne hat die Form eines Tetraeders und eine Grundkante a = 6,5 cm. **Welches Volumen hat der Tetraeder?**

$V=\frac{\sqrt{2}}{12}\cdot a^3$ $\quad V=\frac{\sqrt{2}}{12}\cdot(6{,}5\text{ cm})^3\approx 32{,}37\text{ cm}^3$ **Der Tetraeder hat ein Volumen von 32,37 cm³.**

22. **Wie groß ist das Volumen der abgebildeten Pyramide, wenn die Länge der Grundseite a = 7 cm und die Höhe h = 13 cm ist?** $V=\frac{a^2}{2}\cdot\sqrt{3}\cdot h$ $\quad V=\frac{(7\text{ cm})^2}{2}\cdot\sqrt{3}\cdot 13\text{ cm}=24{,}5\text{ cm}^2\cdot\sqrt{3}\cdot 13\text{ cm}\approx 551{,}66\text{ cm}^3$



Die abgebildete Pyramide hat ein Volumen von 551,66 cm³.

23. Eine 7,7 cm hohe, quadratische Pyramide hat eine Grundfläche von 16,8 cm². **Wie verändert sich die Größe des Volumens, wenn die Höhe verdoppelt wird?**

$V_1=\frac{1}{3}\cdot 16{,}8\text{ cm}^2\cdot 7{,}7\text{ cm}=43{,}12\text{ cm}^3$ $\quad V_2=\frac{1}{3}\cdot 16{,}8\text{ cm}^2\cdot 15{,}4\text{ cm}=86{,}24\text{ cm}^3$ **Das Volumen verdoppelt sich.**

24. Eine Dreieckpyramide aus Bronze hat eine Grundfläche von 780 cm² und wiegt 106,314 kg (Dichte: 8,7 g/cm³). **Wie hoch ist die Pyramide?**

$V=106314\text{ g}:8{,}7\text{ g/cm}^3=12220\text{ cm}^3$ $\quad h=\frac{V\cdot 3}{G}=\frac{12220\text{ cm}^3\cdot 3}{780\text{ cm}^2}=47\text{ cm}$ **Die Pyramide hat eine Höhe von 47 cm.**

Mathematik

Volumenberechnung Pyramide Lösung 3

25. Von einer quadratischen Pyramide sind die Grundseite a = 6,5 cm und die Körperhöhe h = 9 cm bekannt.
Welche Länge hat die Seitenkante s? $s=\sqrt{h^2+(\frac{a}{2})^2}$ $s=\sqrt{(9\text{ cm})^2+(6,5\frac{\text{cm}}{2})^2}=\sqrt{81\text{ cm}^2+10,5625\text{ cm}^2}\approx 9,57\text{ cm}$

Die Seitenkante s hat eine Länge von 9,57 cm.

26. Eine 9,5 cm hohe Kerze in Form einer Pyramide soll aus Wachs gegossen werden. Die gleichseitige, dreieckige Grundfläche hat eine Grundseite a = 8,5 cm. **Wie viele cm³ Wachs werden für 6 Kerzen benötigt?**

$V_1=\frac{(8,5\text{ cm})^2}{12}\cdot\sqrt{3}\cdot 9,5\text{ cm}\approx 49,58\text{ cm}^3$ $V_{Ges}=49,58\text{ cm}^3\cdot 6=297,48\text{ cm}^3$ **Es werden 297,48 cm³ Wachs benötigt.**

27. Eine Sechseckpyramide hat eine Mantelfläche von 396 cm² und eine Seitenhöhe h_s von 12 cm. **Wie groß ist das Volumen der Pyramide?**

$a=\frac{M}{3\cdot h_s}=396\frac{\text{cm}^2}{3\cdot 12\text{ cm}}=11\text{ cm}$ $h_a=\sqrt{a^2-(\frac{a}{2})^2}\approx 9,53\text{ cm}$ $h=\sqrt{h_s^2-h_a^2}=\sqrt{12^2-9,53^2}\approx 7,30\text{ cm}$

$V=\frac{a^2}{2}\cdot\sqrt{3}\cdot h=\frac{11^2}{2}\cdot\sqrt{3}\cdot 7,30\approx 765,65\text{ cm}^3$ **Die Pyramide hat ein Volumen von 765,65 cm³.**

28. Eine 1,4 m hohe, quadratische Pyramide aus Marmor hat ein Gewicht von 458,640 kg (Dichte: 2,73 g/cm³).
Welche Länge hat die Seitenkante s?

$V=458640\text{ g}:2,73\text{ g/cm}^3=168000\text{ cm}^3$ $a=\sqrt{\frac{3\cdot V}{h}}=\sqrt{\frac{3\cdot 168000}{140}}=60\text{ cm}$ $s=\sqrt{h^2+(\frac{a\cdot\sqrt{2}}{2})^2}=\sqrt{140^2+(30\cdot\sqrt{2})^2}\approx 146,29\text{ cm}$

Die Pyramide hat eine Seitenkante s von 146,29 cm.

29. Aus einem 60 cm hohen, quadratischen Stahlstück mit einer Grundfläche von 625 cm² soll eine größtmögliche, quadratische Pyramide gefräst werden. **Wie viel cm³ Abfall fallen an?**

$a=\sqrt{625\text{ cm}^2}=25\text{ cm}$ $V_Q=625\text{ cm}^2\cdot 60\text{ cm}=37500\text{ cm}^3$ $V_P=\frac{1}{3}\cdot 625\text{ cm}^2\cdot 60\text{ cm}=12500\text{ cm}^3$

$V_P=\frac{1}{3}\cdot 625\text{ cm}^2\cdot 60\text{ cm}=12500\text{ cm}^3$ $\text{Abfall}=37500-12500=25000\text{ cm}^3$ **Es fallen 25 000 cm³ Abfall an.**

30. Eine quadratische Pyramide mit der Grundkante a = 6,5 cm hat eine Oberfläche von 276,25 cm². **Wie hoch ist die Pyramide?**

$h_s=\frac{O-a^2}{2\cdot a}=\frac{276,25-6,5^2}{2\cdot 6,5}=18\text{ cm}$ $h=\sqrt{h_s^2-(\frac{a}{2})^2}=\sqrt{18^2-3,25^2}\approx 17,70\text{ cm}$ **Die Pyramide hat eine Höhe von 17,7 cm.**

31. Eine 9 cm hohe, rechteckige Pyramide hat eine Grundkante a = 4,5 cm und ein Volumen von 81 cm³.
Wie groß ist die Mantelfläche der Pyramide?

$b=\frac{V\cdot 3}{a\cdot h}=\frac{81\text{ cm}^3\cdot 3}{4,5\text{ cm}\cdot 9\text{ cm}}=6\text{ cm}$ $h_a=\sqrt{h^2+(\frac{b}{2})^2}=\sqrt{9^2+3^2}\approx 9,49\text{ cm}$ $h_b=\sqrt{h^2+(\frac{a}{2})^2}=\sqrt{9^2+2,25^2}\approx 9,28\text{ cm}$

$M=a\cdot h_a+b\cdot h_b=4,5\cdot 9,49+6\cdot 9,28\approx 98,39\text{ cm}^2$ **Die Pyramide hat eine Mantelfläche von 98,39 cm².**

32. Die Grundseite a einer Sechseckpyramide ist 7 cm lang und die Seitenkanten s = 13 cm. **Wie groß ist das Volumen der Pyramide?** $h=\sqrt{s^2-a^2}=\sqrt{13^2-7^2}\approx 10,95\text{ cm}$ $V=\frac{a^2}{2}\cdot\sqrt{3}\cdot h=\frac{7^2}{2}\cdot\sqrt{3}\cdot 10,95\approx 464,84\text{ cm}^3$

Die Sechseckpyramide hat ein Volumen von 464,84 cm³.

33. Ein regelmäßiger Tetraeder hat eine Kantenlänge von 9 cm. **Wie groß ist sein Volumen?**

$V=\frac{\sqrt{2}}{12}\cdot a^3$ $V=\frac{\sqrt{2}}{12}\cdot(9\text{ cm})^3\approx 85,91\text{ cm}^3$ **Der Tetraeder hat ein Volumen von 85,91 cm³.**

34. Eine quadratische Pyramide hat eine Oberfläche von 272 cm², die Seitenhöhe h_s beträgt 13 cm.
Wie groß ist das Volumen der Pyramide?

$a=\sqrt{h_s^2+O}-h_s=\sqrt{13^2+272}-13=21-13=8\text{ cm}$ $h=\sqrt{h_s^2-(\frac{a}{2})^2}=\sqrt{13^2-4^2}\approx 12,37\text{ cm}$

$V=\frac{1}{3}\cdot a^2\cdot h=\frac{1}{3}\cdot 8^2\cdot 12,37\approx 263,89\text{ cm}^3$ **Die Pyramide hat ein Volumen von 263,89 cm³.**

35.	Familie Huber möchte ihr 2,5 m hohes Dach in Form einer regelmäßigen Achteckpyramide ausbauen lassen. Die Grundfläche hat die Maße a = 5,6 m und h_a = 4,85 m. **Was kostet der Ausbau, wenn pro Kubikmeter 1 250 € verlangt werden?** $G=\frac{8\cdot a\cdot h_a}{2}=\frac{8\cdot 5{,}6\text{ m}\cdot 4{,}85\text{ m}}{2}=108{,}64\text{ m}^2$ $V=\frac{1}{3}\cdot G\cdot h=\frac{1}{3}\cdot 108{,}64\cdot 2{,}5\approx 90{,}53\text{ m}^3$ $90{,}53\cdot 1250\text{ €}=113162{,}50\text{ €}$ **Der Dachausbau kostet 113 162,50 €.**
36.	**Drücke das Volumen einer quadratischen Pyramide in Abhängigkeit von e (a = 3e und h = 5e) aus.** $V=\frac{1}{3}\cdot a^2\cdot h$ $V=\frac{1}{3}\cdot(3\text{e})^2\cdot 5\text{e}=\frac{1}{3}\cdot 9\text{e}^2\cdot 5\text{e}=15\text{e}^3$ **Das Volumen beträgt 15e³.**