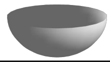
Mathematik

Körperberechnung Kugel Lösung

1. **Wie lautet die Formel für die Oberflächenberechnung einer Kugel?** $O=4\cdot r^2\cdot\pi$

2. **Wie lautet die Formel für die Volumenberechnung einer Kugel?** $V=\frac{4\cdot r^3\cdot\pi}{3}$

3. **Wie lautet die Formel für die Mantelberechnung einer Halbkugel?** $M=2\cdot r^2\cdot\pi$



4. **Wie lautet die Formel für die Oberflächenberechnung einer Halbkugel?** $O=3\cdot r^2\cdot\pi$

5. **Wie lautet die Formel für die Volumenberechnung einer Halbkugel?** $V=\frac{2\cdot r^3\cdot\pi}{3}$

6. Eine Kugel hat einen Radius r = 2,5 cm. **Wie groß ist die Oberfläche der Kugel?** $O=4\cdot r^2\cdot\pi$

$O=4\cdot r^2\cdot\pi \quad O=4\cdot(2{,}5\ \text{cm})^2\cdot\pi=4\cdot 6{,}25\ \text{cm}^2\cdot\pi=78{,}5\ \text{cm}^2$ **Die Kugel hat eine Oberfläche von 78,5 cm².**

7. Eine Kugel hat einen Radius r = 7,7 cm. **Wie groß ist das Volumen der Kugel?**

$V=\frac{4\cdot r^3\cdot\pi}{3} \quad V=\frac{4\cdot(7{,}7\ \text{cm})^3\cdot\pi}{3}=\frac{4\cdot 456{,}533\ \text{cm}^3\cdot\pi}{3}\approx 1911{,}35\ \text{cm}^3$ **Das Volumen beträgt 1 911,35 cm³.**

8. Eine Halbkugel hat einen Durchmesser d = 14 cm. **Wie groß ist ihre Mantelfläche?** $M=2\cdot r^2\cdot\pi$

$M=2\cdot r^2\cdot\pi \quad M=2\cdot(7\ \text{cm})^2\cdot\pi=2\cdot 49\ \text{cm}^2\cdot\pi=307{,}72\ \text{cm}^2$ **Die Halbkugel hat eine Mantelfläche von 307,72 cm².**

9. Ein kugelförmiger Tank soll von außen neu angestrichen werden. **Wie groß ist die Fläche, die gestrichen werden muss, wenn der Tank einen Durchmesser von 5,5 m hat?**

$O=4\cdot r^2\cdot\pi \quad O=4\cdot(2{,}75\ \text{m})^2\cdot\pi=4\cdot 7{,}5625\ \text{m}^2\cdot\pi\approx 94{,}99\ \text{m}^2$

Die Fläche, die gestrichen werden muss, beträgt 94,99 m².

10. Ein Fußball hat einen Umfang von 68 cm. **Welche Fläche hat die Fußballhülle?**

$r=\frac{U}{2\cdot\pi}=68\frac{\text{cm}}{2\cdot\pi}\approx 10{,}9\ \text{cm} \quad O=4\cdot r^2\cdot\pi=4\cdot(10{,}9\ \text{cm})^2\cdot\pi=4\cdot 118{,}81\ \text{cm}^2\cdot\pi\approx 1492{,}25\ \text{cm}^2$

Die Fußballhülle hat eine Fläche von 1 492,25 cm².

11. Eine Betonkugel hat ein Gewicht von 6,8 kg. **Welchen Durchmesser hat die Betonkugel, wenn ρ = 2,1 g/cm³ ist?** $V=6800\ \text{g}:2{,}1\ \text{g/cm}^3\approx 3238{,}095\ \text{cm}^3 \quad r=\sqrt[3]{\frac{V\cdot 3}{4\cdot\pi}}=\sqrt[3]{\frac{3238{,}095\ \text{cm}^3\cdot 3}{4\cdot\pi}}\approx 9{,}2\ \text{cm} \quad d=2\cdot 9{,}2\ \text{cm}=18{,}4\ \text{cm}$

Die Betonkugel hat einen Durchmesser von 18,4 cm.

12. Eine Halbkugel hat einen Durchmesser d = 22,4 cm. **Wie groß ist das Volumen der Halbkugel?**

$V=\frac{2\cdot r^3\cdot\pi}{3} \quad V=\frac{2\cdot(11{,}2\ \text{cm})^3\cdot\pi}{3}=\frac{2\cdot 1404{,}928\ \text{cm}^3\cdot\pi}{3}\approx 2940{,}98\ \text{cm}^3$

Die Halbkugel hat ein Volumen von 2 940,98 cm³.

13. **Welche Masse (in kg) hat eine Goldkugel mit einem Durchmesser von 12 cm, wenn Gold ρ = 19,3 g/cm³ hat?** $V=\frac{4\cdot r^3\cdot\pi}{3} \quad V=\frac{4\cdot(6\ \text{cm})^3\cdot\pi}{3}\approx 904{,}32\ \text{cm}^3 \quad 904{,}32\ \text{cm}^3\cdot 19{,}3\ \text{g/cm}^3\approx 17453{,}38\ \text{g}\approx 17{,}45\ \text{kg}$

Die Goldkugel hat eine Masse von 17,45 kg.

14. Von einer Kugel ist das Volumen von 333 dm³ bekannt. **Welchen Durchmesser hat die Kugel?**

$r=\sqrt[3]{\frac{V\cdot 3}{4\cdot\pi}} \quad r=\sqrt[3]{\frac{333\ \text{dm}^3\cdot 3}{4\cdot\pi}}\approx 4{,}3\ \text{dm} \quad d=2\cdot 4{,}3\ \text{dm}=8{,}6\ \text{dm}$

Die Kugel hat einen Durchmesser von 8,6 dm.

15. Eine Kugel hat eine Oberfläche von 1 225 cm². **Wie groß ist der Radius der Kugel?**

$r=\sqrt{\frac{O}{4\cdot\pi}} \quad r=\sqrt{1225\frac{\text{cm}^2}{4\cdot\pi}}\approx 9{,}9\ \text{cm}$ **Die Kugel hat einen Radius von 9,9 cm.**

16. **Wie groß ist die Oberfläche einer Kugel, die ein Volumen von 750 cm³ hat?**

$r=\sqrt[3]{\frac{V\cdot 3}{4\cdot\pi}}=\sqrt[3]{\frac{750\ \text{cm}^3\cdot 3}{4\cdot\pi}}\approx 5{,}6\ \text{cm} \quad O=4\cdot r^2\cdot\pi=4\cdot(5{,}6\ \text{cm})^2\cdot\pi\approx 394{,}08\ \text{cm}^2$

Die Kugel hat eine Oberfläche von 394,08 cm².

Mathematik

Körperberechnung Kugel Lösung 2

17. **Wie schwer (in kg) ist eine Stahlkugel mit einem Durchmesser von 6,6 cm, wenn Stahl eine Dichte von 7,85 g/cm³ hat?**

$V=\frac{4\cdot r^3\cdot\pi}{3}\quad V=\frac{4\cdot(3{,}3\text{ cm})^3\cdot\pi}{3}\approx 150{,}456\text{ cm}^3\quad 150{,}456\text{ cm}^3\cdot 7{,}85\text{ g/cm}^3\approx 1181{,}08\text{ g}\approx 1{,}181\text{ kg}$

Die Stahlkugel wiegt 1,181 kg.

18. Eine Billardkugel wiegt 203,6 g. **Welchen Durchmesser hat die Billardkugel, wenn sie eine Dichte von ρ = 1,8 g/cm³ hat?** $V=203{,}6\text{ g}:1{,}8\text{ g/cm}^3\approx 113{,}111\text{ cm}^3\quad r=\sqrt[3]{\frac{V\cdot 3}{4\cdot\pi}}=\sqrt[3]{\frac{113{,}111\text{ cm}^3\cdot 3}{4\cdot\pi}}\approx 3\text{ cm}\quad d=2\cdot 3\text{ cm}=6\text{ cm}$

Die Billardkugel hat einen Durchmesser von 6 cm.

19. Eine Holzkugel hat einen Durchmesser von 14 cm. **Wie groß ist das Volumen der Holzkugel, wenn 1 cm abgedrechselt wird?** $d_{neu}=14\text{ cm}-2\text{ cm}=12\text{ cm}\quad r=6\text{ cm}\quad V=\frac{4\cdot r^3\cdot\pi}{3}=\frac{4\cdot(6\text{ cm})^3\cdot\pi}{3}\approx 904{,}32\text{ cm}^3$

Die Holzkugel hat jetzt ein Volumen von 904,32 cm³.

20. Eine Plastikkugel ist innen hohl, hat einen Außenradius r_1 = 15 cm und einen Innenradius r_2 = 13 cm. **Welches Volumen hat die Plastikkugel?**

$V=\frac{4\cdot\pi}{3}\cdot(r_1^3-r_2^3)\quad V=\frac{4\cdot\pi}{3}\cdot((15\text{ cm})^3-(13\text{ cm})^3)=\frac{4\cdot\pi}{3}\cdot(3375\text{ cm}^3-2197\text{ cm}^3)\approx 4931{,}89\text{ cm}^3$

Die Plastikkugel hat ein Volumen von 4 931,89 cm³.

21. Eine Kugel hat eine Oberfläche von 601,5 cm². **Welchen Durchmesser hat die Kugel?**

$r=\sqrt{\frac{O}{4\cdot\pi}}=\sqrt{601{,}5\,\frac{\text{cm}^2}{4\cdot\pi}}\approx 6{,}9\text{ cm}\quad d=2\cdot 6{,}9\text{ cm}=13{,}8\text{ cm}$

Die Kugel hat einen Durchmesser von 13,8 cm.

22. **Welche Kugel ist schwerer?** Eine Goldkugel mit einem Durchmesser von 6 cm, Dichte 19,3 g/cm³ oder eine Glaskugel mit einem Durchmesser von 12 cm, Dichte 2,8 g/cm³.

$V_1=\frac{4\cdot(3\text{ cm})^3\cdot\pi}{3}\approx 113{,}04\text{ cm}^3\quad m_1=113{,}04*19{,}3\text{ g}\approx 2181{,}67\text{ g}\quad V_2=\frac{4\cdot(6\text{ cm})^3\cdot\pi}{3}\approx 904{,}32\text{ cm}^3$

$m_2=904{,}32*2{,}8\text{ g}\approx 2532{,}10\text{ g}$ **Die Glaskugel ist schwerer.**

23. **Wie groß ist das Volumen einer Halbkugel mit einem Durchmesser von 25 cm?**

$V=\frac{2\cdot r^3\cdot\pi}{3}\quad V=\frac{2\cdot(12{,}5\text{ cm})^3\cdot\pi}{3}=\frac{2\cdot 1953{,}125\text{ cm}^3\cdot\pi}{3}\approx 4088{,}54\text{ cm}^3$

Die Halbkugel hat ein Volumen von 4 088,54 cm³.

24. Sabine benutzt beim Kugelstoßen eine Kugel mit einem Gewicht von 4 kg. **Welchen Durchmesser hat die Kugel bei einer Dichte von 7,6 g/cm³?**

$V=4000\text{ g}:7{,}6\text{ g/cm}^3\approx 526{,}316\text{ cm}^3\quad r=\sqrt[3]{\frac{V\cdot 3}{4\cdot\pi}}=\sqrt[3]{\frac{526{,}316\text{ cm}^3\cdot 3}{4\cdot\pi}}\approx 5\text{ cm}\quad d=2\cdot 5\text{ cm}=10\text{ cm}$

Die Kugel hat einen Durchmesser von 10 cm.

25. Ein kugelförmiges Aquarium hat eine Oberfläche von 12 868 cm². **Wie viele Liter Wasser passen in das Aquarium?** $r=\sqrt{\frac{O}{4\cdot\pi}}=\sqrt{12868\,\frac{\text{cm}^2}{4\cdot\pi}}\approx 32\text{ cm}\quad V=\frac{4\cdot r^3\cdot\pi}{3}=\frac{4\cdot(32\text{ cm})^3\cdot\pi}{3}\approx 137188{,}69\text{ cm}^3\approx 137{,}19\text{ l}$

Es passen 137,19 l Wasser in das Aquarium.

26. **Wie viele Liter Soße kann eine halbkugelförmige Soßenschale mit einem Innendurchmesser von 28 cm fassen?** $V=\frac{2\cdot r^3\cdot\pi}{3}\quad V=\frac{2\cdot(14\text{ cm})^3\cdot\pi}{3}=\frac{2\cdot 2744\text{ cm}^3\cdot\pi}{3}\approx 5744{,}11\text{ cm}^3\approx 5{,}744\text{ l}$

Die Soßenschale kann 5,744 l Soße fassen.

27. Aus einer Halbkugel mit **r_1** = 14 cm wurde eine kleine Halbkugel mit **r_2** = 8 cm gefräst. **Wie groß ist das Volumen der übrig gebliebenen Halbkugel?**

$V=\frac{2\cdot\pi}{3}\cdot(r_1^3-r_2^3)\quad V=\frac{2\cdot\pi}{3}\cdot((14\text{ cm})^3-(8\text{ cm})^3)=\frac{2\cdot\pi}{3}\cdot(2744\text{ cm}^3-512\text{ cm}^3)\approx 4672{,}32\text{ cm}^3$

Die neue Halbkugel hat ein Volumen von 4 672,32 cm³.

28.	**Bleikugeln mit einem Durchmesser von 2 cm sollen eingeschmolzen und zu einer gro**ßen Bleikugel mit einem Durchmesser von 10 cm geschmolzen werden. **Wie viele kleine Bleikugeln werden dafür benötigt?** $V_k=\frac{4\cdot(1\ \text{cm})^3\cdot\pi}{3}\approx4{,}189\ \text{cm}^3 \quad V_g=\frac{4\cdot(5\ \text{cm})^3\cdot\pi}{3}\approx523{,}60\ \text{cm}^3 \quad 523{,}60\ \text{cm}^3:4{,}189\ \text{cm}^3=125\ \text{Kugeln}$ **Es werden 125 kleine Bleikugeln benötigt.**
29.	Eine Glaskugel hat einen äußeren Durchmesser von 14 cm und fasst 696,90 cm³ Wasser. **Welche Wandstärke hat das Glas?** $r_i=\sqrt[3]{\frac{V\cdot3}{4\cdot\pi}}=\sqrt[3]{\frac{696{,}90\ \text{cm}^3\cdot3}{4\cdot\pi}}\approx5{,}5\ \text{cm} \quad r_a=14\ \text{cm}:2=7\ \text{cm} \quad d=7\ \text{cm}-5{,}5\ \text{cm}=1{,}5\ \text{cm}$ **Das Glas hat eine Wandstärke von 1,5 cm.**
30.	Das Volumen einer Kugel beträgt 1 098 cm³. **Passt die Kugel in einen würfelförmigen Karton mit einem Volumen von 2 197 cm³?** $r=\sqrt[3]{\frac{V\cdot3}{4\cdot\pi}}=\sqrt[3]{\frac{1098\ \text{cm}^3\cdot3}{4\cdot\pi}}\approx6{,}4\ \text{cm} \quad d=12{,}8\ \text{cm} \quad a=\sqrt[3]{2197\ \text{cm}^3}=13\ \text{cm}$ **Ja, die Kugel passt in den Karton.**
31.	**Wie verändert sich die Oberfläche einer Kugel, wenn sich der Radius verdoppelt?** $O_1=4\cdot(2\ \text{cm})^2\cdot\pi=50{,}24\ \text{cm}^2 \quad O_2=4\cdot(4\ \text{cm})^2\cdot\pi=200{,}96\ \text{cm}^2 \quad 200{,}96\ \text{cm}^2:50{,}24\ \text{cm}^2=4$ **Die Oberfläche vervierfacht sich.**
32.	Die Innenfläche eines 4 000-Liter-Wassertanks soll neu beschichtet werden. **Wie groß ist die zu beschichtende Fläche?** $V=4000\ \text{l}=4\ \text{m}^3 \quad r=\sqrt[3]{\frac{V\cdot3}{4\cdot\pi}}\approx0{,}98\ \text{m} \quad O=4\cdot r^2\cdot\pi=4\cdot(0{,}98\ \text{m})^2\cdot\pi\approx12{,}069\ \text{m}^2$ **Die zu beschichtende Fläche beträgt 12,069 m².**
33.	Eine Kugel hat ein Volumen von 1 m³. **Wie groß ist die Oberfläche der Kugel?** $r=\sqrt[3]{\frac{V\cdot3}{4\cdot\pi}}=\sqrt[3]{\frac{1\ \text{m}^3\cdot3}{4\cdot\pi}}\approx0{,}62\ \text{m} \quad O=4\cdot\pi\cdot r^2=4\cdot\pi\cdot(0{,}62\ \text{m})^2\approx4{,}83\ \text{m}^2$ **Die Kugel hat eine Oberfläche von 4,83 m².**
34.	Aus einer großen Eisenkugel mit einem Durchmesser von 8 cm sollen kleine Eisenkugeln mit einem Durchmesser von 10 mm hergestellt werden. **Wie viele kleine Eisenkugeln erhält man?** $V_g=\frac{4\cdot(4\ \text{cm})^3\cdot\pi}{3}\approx267{,}95\ \text{cm}^3 \quad V_k=\frac{4\cdot(0{,}5\ \text{cm})^3\cdot\pi}{3}\approx0{,}52\ \text{cm}^3 \quad 267{,}95\ \text{cm}^3:0{,}52\ \text{cm}^3\approx515\ \text{Kugeln}$ **Es können 515 kleine Eisenkugeln hergestellt werden.**
35.	**Wie verändert sich das Volumen einer Kugel, wenn sich der Radius verdoppelt?** $V_1=\frac{4\cdot(2\ \text{cm})^3\cdot\pi}{3}\approx33{,}49\ \text{cm}^3 \quad V_2=\frac{4\cdot(4\ \text{cm})^3\cdot\pi}{3}\approx267{,}95\ \text{cm}^3 \quad 267{,}95\ \text{cm}^3:33{,}49\ \text{cm}^3=8$ **Das Volumen verachtfacht sich.**
36.	Für die Dekoration muss Susi 5 Styropor-Halbkugeln mit einem Durchmesser von 0,5 m mit Farbe streichen. **Welche Fläche muss Susi streichen?** $O=3\cdot r^2\cdot\pi \quad O=3\cdot(0{,}25\ \text{m})^2*\pi\approx0{,}59\ \text{m}^2 \quad 0{,}59\ \text{m}^2\cdot5=2{,}95\ \text{m}^2$ **Susi muss eine Fläche von 2,95 m² streichen.**
37.	Unsere Erde hat circa ein Volumen von 1 083 319 780 000 km³. **Welchen Durchmesser hat unsere Erde?** $r=\sqrt[3]{\frac{V\cdot3}{4\cdot\pi}}=\sqrt[3]{\frac{1083319780000\ \text{km}^3\cdot3}{4\cdot\pi}}\approx6371{,}115\ \text{km} \quad d=2*6371{,}115\ \text{km}=12742{,}23\ \text{km}$ **Unsere Erde hat einen Durchmesser von 12 742,23 km.**
38.	**Wie viel Leder (in m²) wird für die Herstellung von 100 Fußbällen mit einem Durchmesser von je 24 cm benötigt?** $O=4\cdot r^2\cdot\pi=4\cdot(12\ \text{cm})^2\cdot\pi\approx1808{,}64\ \text{cm}^2=0{,}18\ \text{m}^2 \quad 0{,}18\ \text{m}^2\cdot100=18\ \text{m}^2$ **Es werden 18 m² Leder benötigt.**
39.	**Wie viele Kubikzentimeter Luft enthält ein kugelförmiger, aufgeblasener Luftballon mit einem Durchmesser von 30 cm?** $V=\frac{4\cdot r^3\cdot\pi}{3} \quad V=\frac{4\cdot(15\ \text{cm})^3\cdot\pi}{3}=\frac{4\cdot3375\ \text{cm}^3\cdot\pi}{3}\approx14130\ \text{cm}^3$ **Der Luftballon enthält 14 130 cm³ Luft.**

40.	**Wie verändert sich die Oberfläche einer Halbkugel, wenn sich der Radius verdoppelt?** $O_1 = 3 \cdot (2\ \text{cm})^2 \cdot \pi = 37{,}68\ \text{cm}^2$ $O_2 = 3 \cdot (4\ \text{cm})^2 \cdot \pi = 150{,}72\ \text{cm}^2$ $150{,}72\ \text{cm}^2 : 37{,}68\ \text{cm}^2 = 4$ **Die Oberfläche vervierfacht sich.**