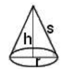
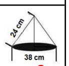
Mathematik

Körperberechnung Kegel Lösung 1

1.	**Wie lautet die Formel für die Oberflächenberechnung eines Kegels?**  $O=G+M \quad O=\pi\cdot r^2+\pi\cdot r\cdot s$
2.	**Wie lautet die Formel für die Volumenberechnung eines Kegels?** $V=\frac{1}{3}\cdot G\cdot h \quad V=\frac{1}{3}\cdot\pi\cdot r^2\cdot h$
3.	Ein Kegel hat einen Radius von 6 cm und eine Mantellinie s von 8,8 cm. **Wie groß ist die Oberfläche des Kegels?** $O=\pi\cdot r^2+\pi\cdot r\cdot s \quad O=\pi\cdot(6\ \text{cm})^2+\pi\cdot 6\ \text{cm}\, Extrabetrag\, 8{,}8\ \text{cm}=113{,}04\ \text{cm}^2+165{,}792\ \text{cm}^2\approx 278{,}83\ \text{cm}^2$ **Der Kegel hat eine Oberfläche von 278,83 cm².**
4.	Ein 15 cm hoher Kegel hat einen Durchmesser von 11cm. **Wie groß ist das Volumen des Kegels?** $V=\frac{1}{3}\cdot\pi\cdot r^2\cdot h \quad V=\frac{1}{3}\cdot\pi\cdot(5{,}5\ \text{cm})^2\cdot 15\ \text{cm}\approx 474{,}93\ \text{cm}^3$ **Der Kegel hat ein Volumen von 474,925 cm³.**
5.	**Wie viele kg wiegt ein 35 cm hoher Eisenkegel mit einem Durchmesser von 18 cm, wenn die Dichte für Eisen 7,7 g/cm³ beträgt?** $V=\frac{1}{3}\cdot\pi\cdot r^2\cdot h \quad V=\frac{1}{3}\cdot\pi\cdot(9\ \text{cm})^2\cdot 35\ \text{cm}=2967{,}3\ \text{cm}^3 \quad 2967{,}3\ \text{cm}^3\cdot 7{,}7\ \text{g/cm}^3=22848{,}21\ \text{g}=22{,}848\ \text{kg}$ **Der Eisenkegel wiegt 22,848 kg.**
6.	Ein Kegel hat eine Mantelfläche von 157,5 cm² und eine Mantellinie s = 8,8 cm. **Wie groß ist der Radius des Kegels?** $M=\pi\cdot r\cdot s \quad r=\frac{M}{\pi\cdot s} \quad r=\frac{157{,}5\ \text{cm}^2}{\pi\cdot 8{,}8\ \text{cm}}=5{,}7\ \text{cm}$ **Der Kegel hat einen Radius von 5,7 cm.**
7.	Ein 20 cm hoher, kegelförmiger Trog mit einem Durchmesser von 20 cm wird mit Wasser gefüllt. Das Wasser soll zum oberen Rand 2,5 cm Abstand haben. **Wie viele Liter Wasser befinden sich im Trog?** $V=\frac{1}{3}\cdot\pi\cdot r^2\cdot h \quad V=\frac{1}{3}\cdot\pi\cdot(10\ \text{cm})^2\cdot 17{,}5\ \text{cm}\approx 1831{,}67\ \text{cm}^3\approx 1{,}83\ \text{l}$ **Im Trog befinden sich 1,83 l Wasser.**
8.	Die Grundfläche eines 9 cm hohen Kegels hat einen Radius r von 4 cm. **Wie groß ist seine Oberfläche?** $s=\sqrt{r^2+h^2} \quad s=\sqrt{(4\ \text{cm})^2+(9\ \text{cm})^2}=9{,}8\ \text{cm} \quad O=\pi\cdot r^2+\pi\cdot r\cdot s \quad O=\pi\cdot(4\ \text{cm})^2+\pi\cdot 4\ \text{cm}\cdot 9{,}8\ \text{cm}=173{,}33\ \text{cm}^2$ **Der Kegel hat eine Oberfläche von 173,33 cm².**
9.	Ein Haufen aus Sand hat die Form eines geraden Kegels. Der Haufen ist 48 cm hoch, die Mantellinie beträgt 65 cm. **Aus wie vielen Kubikdezimetern Sand besteht der Haufen?** $r=\sqrt{s^2-h^2} \quad r=\sqrt{(65\ \text{cm})^2-(48\ \text{cm})^2}=43{,}8\ \text{cm} \quad V=\frac{1}{3}\cdot\pi\cdot r^2\cdot h \quad V=\frac{1}{3}\cdot\pi\cdot(43{,}8\ \text{cm})^2\cdot 48\ \text{cm}=96{,}38\ \text{dm}^3$ **Der Sandhaufen besteht aus 96,38 dm³ Sand.**
10.	Ein 9 cm hoher Kegel hat ein Volumen von 154 cm³. **Welchen Radius hat die Grundfläche?** $V=\frac{1}{3}\cdot\pi\cdot r^2\cdot h \quad r=\sqrt{\frac{V\cdot 3}{\pi\cdot h}} \quad r=\sqrt{\frac{154\ \text{cm}^3\cdot 3}{\pi\cdot 9\ \text{cm}}}=4\ \text{cm}$ **Der Kegel hat einen Radius von 4 cm.**
11.	Von einem Kegel ist die Höhe h = 16 cm und die Mantellinie s = 18 cm bekannt. **Wie groß ist die Oberfläche des Kegels?** $r=\sqrt{s^2-h^2} \quad r=\sqrt{(18\ \text{cm})^2-(16\ \text{cm})^2}=8{,}2\ \text{cm} \quad O=\pi\cdot r^2+\pi\cdot r\cdot s \quad O=\pi\cdot(8{,}2\ \text{cm})^2+\pi\cdot 8{,}2\ \text{cm}\cdot 18\ \text{cm}=674{,}59\ \text{cm}^2$ **Der Kegel hat eine Oberfläche von 674,59 cm².**
12.	Das Kinder-Tipi-Zelt soll mit einem neuen Tuch bespannt werden (Verschnitt und Überlappung werden nicht mit einberechnet). **Wie viele Quadratmeter Tuch werden benötigt, wenn das Tipi 2,5 m hoch ist und der Radius 1,5 m beträgt?**  $s=\sqrt{r^2+h^2} \quad s=\sqrt{(1{,}5\ \text{m})^2+(2{,}5\ \text{m})^2}=2{,}9\ \text{m} \quad M=\pi\cdot r\cdot s \quad M=\pi\cdot 1{,}5\ \text{m}*2{,}9\ \text{m}=13{,}66\ \text{m}^2$ **Es werden 13,66 m² Tuch benötigt.**
13.	Ein kegelförmiges Saftglas mit einem Durchmesser von 6 cm ist mit 0,2 l Saft gefüllt. **Wie hoch ist das Saftglas (ohne Fußgestell)?** $V=\frac{1}{3}\cdot\pi\cdot r^2\cdot h \quad h=\frac{V\cdot 3}{\pi\cdot r^2} \quad h=\frac{200\ \text{cm}^3\cdot 3}{\pi\cdot(3\ \text{cm})^2}=21{,}2\ \text{cm}$ **Das Saftglas ist 21,2 cm hoch.**
14.	**Welche Höhe h hat ein Kegel mit einem Radius r von 9 cm und einer Mantellinie s von 32 cm?** $h=\sqrt{s^2-r^2} \quad h=\sqrt{(32\ \text{cm})^2-(9\ \text{cm})^2}=30{,}7\ \text{cm}$ **Der Kegel hat eine Höhe h von 30,7 cm.**
15.	**Welche Oberfläche hat ein Kegel mit einem Durchmesser von 49 cm und einer Mantellinie s von 32 cm?** $O=\pi\cdot r^2+\pi\cdot r\cdot s \quad O=\pi\cdot(24{,}5\ \text{cm})^2+\pi\cdot 24{,}5\ \text{cm}*32\ \text{cm}=1884{,}79\ \text{cm}^2+2461{,}76\ \text{cm}^2=4346{,}55\ \text{cm}^2$ **Der Kegel hat eine Oberfläche von 4346,55 cm².**

16.	Ein Kegel hat eine Grundfläche von 150 cm² und eine Höhe h von 22 cm. **Wie groß ist seine Mantelfläche?** $r=\sqrt{\frac{G}{\pi}}$ $r=\sqrt{150\frac{\text{cm}^2}{\pi}}=6{,}9\ \text{cm}$ $s=\sqrt{r^2+h^2}$ $s=\sqrt{(6{,}9\ \text{cm})^2+(22\ \text{cm})^2}=23{,}1\ \text{cm}$ $M=\pi\cdot r\cdot s$ $M=\pi\cdot 6{,}9\ \text{cm}\cdot 23{,}1\ \text{cm}=500{,}48\ \text{cm}^2$ **Die Mantelfläche beträgt 500,48 cm².**
17.	Ein Kegel und ein Würfel mit einer Seitenkante von 12 cm haben das gleiche Volumen und den gleichen Grundflächeninhalt. **Welche Höhe hat der Kegel?** $V_W=a^3=(12\ \text{cm})^3=1728\ \text{cm}^3$ $G=a^2=(12\ \text{cm})^2=144\ \text{cm}^2$ $h=\frac{V_W\cdot 3}{G}$ $h=\frac{1728\ \text{cm}^3\cdot 3}{144\ \text{cm}^2}=36\ \text{cm}$ **Der Kegel hat eine Höhe von 36 cm.**
18.	Ein Verkehrshütchen ist 28 cm hoch, unten offen und hat einen Umfang von 64 cm. **Wie groß ist die Oberfläche?** $r=\frac{U}{2\cdot\pi}$ $r=64\frac{\text{cm}}{2\cdot\pi}=10{,}2\ \text{cm}$ $s=\sqrt{r^2+h^2}$ $s=\sqrt{(10{,}2\ \text{cm})^2+(28\ \text{cm})^2}=29{,}8\ \text{cm}$ $M=\pi\cdot r*s$ $M=\pi\cdot 10{,}2\ \text{cm}\cdot 29{,}8\ \text{cm}=954{,}43\ \text{cm}^2$ **Die Oberfläche beträgt 954,43 cm².**
19.	Ein Wassertrichter hat die Form eines Kegels und soll 5 Liter fassen. **Wie hoch muss der Trichter sein, wenn er einen Durchmesser von 50 cm hat?** $5\ \text{l}=5000\ \text{cm}^3$ $h=\frac{V\cdot 3}{\pi r^2}$ $h=\frac{5000\ \text{cm}^3\cdot 3}{\pi\cdot(25\ \text{cm})^2}=7{,}6\ \text{cm}$ **Der Trichter muss eine Höhe von 7,6 cm haben.**
20.	Ein Kegel mit einem Volumen von 301,44 cm³ hat einen Grundkreisumfang von 37,7 cm. **Wie hoch ist der Kegel?** $r=\frac{U}{2\cdot\pi}$ $r=37{,}7\frac{\text{cm}}{2\cdot\pi}=6\ \text{cm}$ $h=\frac{V\cdot 3}{\pi\cdot r^2}$ $h=\frac{301{,}44\ \text{cm}^3\cdot 3}{\pi\cdot(6\ \text{cm})^2}=8\ \text{cm}$ **Der Kegel ist 8 cm hoch.**
21.	**Wie groß ist die Oberfläche des abgebildeten Kegels?**  $O=\pi\cdot r^2+\pi\cdot r\cdot s$ $O=\pi\cdot(19\ \text{cm})^2+\pi\cdot 19\ \text{cm}\cdot 24\ \text{cm}=2565{,}38\ \text{cm}^2$ **Der Kegel hat eine Oberfläche von 2565,38 cm².**
22.	Der Mantel eines Kegels wird an der Mantellinie aufgeschnitten. Der Zentriwinkel beträgt 140° und der Radius 22 cm. **Wie groß ist die Mantelfläche?** $M=\frac{r^2\cdot\pi\cdot alpha}{360°}$ $M=\frac{(22\ \text{cm})^2\cdot\pi\cdot 140°}{360°}=591\ \text{cm}^2$ **Die Mantelfläche beträgt 591 cm².**
23.	Der 7,2 m hohe Kirchturm der Kirche hat die Form eines Kegels mit einem Durchmesser von 5,2 m und muss neu eingedeckt werden. Die Schieferplatten kosten pro m² 154 Euro. **Was kostet das Eindecken des Kirchturms?** $s=\sqrt{r^2+h^2}$ $s=\sqrt{(2{,}6\ \text{m})^2+(7{,}2\ \text{m})^2}=7{,}66\ \text{m}$ $M=\pi\cdot r\cdot s$ $M=\pi\cdot 2{,}6\ \text{m}*7{,}66\ \text{m}=62{,}54\ \text{m}^2$ $62{,}54\ \text{m}^2\cdot 154\ €=9631{,}16\ €$ **Das Eindecken des Kirchturms kostet 9 631,16 €.**
24.	Die Mantelfläche ist doppelt so groß wie die Grundfläche eines Kegels. **Welche Länge hat die Mantellinie, wenn die Oberfläche 120 cm² beträgt?** $O=3G$ $G=120\ \text{cm}^2:3=40\ \text{cm}^2$ $r=\sqrt{\frac{G}{\pi}}\approx 3{,}6\ \text{cm}$ $M=80\ \text{cm}^2$ $s=\frac{M}{\pi\cdot r}=80\frac{\text{cm}^2}{\pi\cdot 3{,}6\ \text{cm}}=7{,}1\ \text{cm}$ **Der Kegel hat eine Mantellinie von 7,1 cm.**
25.	Ein Kegel wird aus einem Halbkreis mit dem Radius 8 cm geformt. **Welches Volumen hat der Kegel?** $r=\frac{s\cdot alpha}{360°}$ $r=\frac{8\ \text{cm}\cdot 180°}{360°}=4\ \text{cm}$ $h=\sqrt{s^2-r^2}=\sqrt{(8\ \text{cm})^2-(4\ \text{cm})^2}=6{,}9\ \text{cm}$ $V=\frac{1}{3}\cdot\pi\cdot r^2\cdot h$ $V=\frac{1}{3}\cdot\pi\cdot(4\ \text{cm})^2\cdot 6{,}9\ \text{cm}=115{,}552\ \text{cm}^3$ **Der Kegel hat ein Volumen von 115,552 cm³.**
26.	Der Kreisumfang eines 8 cm hohen Kegels beträgt 16,4 cm. **Wie groß ist seine Oberfläche?** $r=\frac{U}{2\cdot\pi}=16{,}4\frac{\text{cm}}{2\cdot\pi}=2{,}6\ \text{cm}$ $s=\sqrt{r^2+h^2}=\sqrt{(2{,}6\ \text{cm})^2+(8\ \text{cm})^2}=8{,}4\ \text{cm}$ $O=\pi\cdot r^2+\pi\cdot r\cdot s$ $O=\pi\cdot(2{,}6\ \text{cm})^2+\pi\cdot 2{,}6\ \text{cm}\cdot 8{,}4\ \text{cm}=89{,}81\ \text{cm}^2$ **Der Kegel hat eine Oberfläche von 89,81 cm².**
27.	Von einem Kegel sind das Volumen V = 4 615 cm³ und der Durchmesser d = 28 cm bekannt. **Wie hoch ist der Kegel?** $h=\frac{V\cdot 3}{\pi\cdot r^2}$ $h=\frac{4615\ \text{cm}^3\cdot 3}{\pi\cdot(14\ \text{cm})^2}=22{,}5\ \text{cm}$ **Der Kegel ist 22,5 cm hoch.**
28.	Von einem Kegel sind die Mantelfläche A_M = 709,5 cm² und die Mantellinie s = 18,8 cm bekannt. **Wie groß ist das Volumen des Kegels?** $r=\frac{M}{\pi\cdot s}$ $r=\frac{709{,}5\ \text{cm}^2}{\pi\cdot 18{,}8\ \text{cm}}=12\ \text{cm}$ $h=\sqrt{s^2-r^2}=\sqrt{(18{,}8\ \text{cm})^2-(12\ \text{cm})^2}=14{,}5\ \text{cm}$ $V=\frac{1}{3}\cdot\pi\cdot r^2\cdot h$ $V=\frac{1}{3}\cdot\pi\cdot(12\ \text{cm})^2\cdot 14{,}5\ \text{cm}=2185{,}44\ \text{cm}^3$ **Der Kegel hat ein Volumen von 2185,44 cm³.**

29.	Von einem Kegel sind der Radius r = 3,6 cm und die Höhe h = 7 cm bekannt. **Wie groß ist die Oberfläche des Kegels?** $s=\sqrt{r^2+h^2}$ $s=\sqrt{(3{,}6\text{ cm})^2+(7\text{ cm})^2}\approx 7{,}87\text{ cm}$ $O=\pi\cdot r^2+\pi\cdot r\, Extrabetrag s$ $O=\pi\cdot(3{,}6\text{ cm})^2+\pi\cdot 3{,}6\text{ cm}\cdot 7{,}87\text{ cm}\approx 129{,}99\text{ cm}^2$ **Der Kegel hat eine Oberfläche von 129,99 cm².**
30.	Aus einem Würfel mit einer Kantenlänge von 18 cm soll ein möglichst großer Kegel gefräst werden. **Welches Volumen hat der Kegel?** $V=\frac{1}{3}\cdot\pi\cdot r^2\cdot h$ $V=\frac{1}{3}\cdot\pi\cdot(9\text{ cm})^2\cdot 18\text{ cm}=1526{,}04\text{ cm}^3$ **Der Kegel hat ein Volumen von 1526,04 cm³.**
31.	Von einem Kegel sind die Mantelfläche A_M = 331 cm² und der Radius r = 4,4 cm bekannt. **Wie groß ist das Volumen des Kegels?** $s=\frac{M}{\pi\cdot r}=331\frac{\text{cm}^2}{\pi\cdot 4{,}4\text{ cm}}=24\text{ cm}$ $h=\sqrt{s^2-r^2}=\sqrt{(24\text{ cm})^2-(4{,}4\text{ cm})^2}=23{,}6\text{ cm}$ $V=\frac{1}{3}\cdot\pi\cdot r^2\cdot h$ $V=\frac{1}{3}\cdot\pi\cdot(4{,}4\text{ cm})^2\cdot 23{,}6\text{ cm}=478{,}218\text{ cm}^3$ **Der Kegel hat ein Volumen von 478,218 cm³.**
32.	Von einem Kegel wird der Mantel mit der Fläche A_M = 304,5 cm² abgewickelt. **Wie groß ist der Winkel α des abgewickelten Mantels, wenn der Radius r = 6 cm beträgt?** $s=\frac{M}{\pi\cdot r}=304{,}5\frac{\text{cm}^2}{\pi\cdot 6\text{ cm}}=16{,}2\text{ cm}$ $alpha=\frac{M\cdot 360°}{s^2\cdot\pi}$ $alpha=\frac{304{,}5\text{ cm}^2\cdot 360°}{(16{,}2\text{ cm})^2\cdot\pi}=126{,}7°$ **Der Winkel α beträgt 126,7°.**
33.	Von einem Kegel sind der Winkel α = 170° und die Mantellinie s = 8 cm bekannt. **Wie groß ist der Radius des Kegels?** $r=\frac{alpha\cdot s}{360°}$ $r=\frac{170°\cdot 8\text{ cm}}{360°}=3{,}8\text{ cm}$ **Der Kegel hat einen Radius von 3,8 cm.**
34.	Von einem Kegel sind das Volumen V = 1 642,3 cm³ und der Radius r = 10,4 cm bekannt. **Wie groß ist die Oberfläche des Kegels?** $h=\frac{V\cdot 3}{\pi\cdot r^2}=\frac{1642{,}3\text{ cm}^3\cdot 3}{\pi\cdot(10{,}4\text{ cm})^2}=14{,}5\text{ cm}$ $s=\sqrt{r^2+h^2}=\sqrt{(10{,}4\text{ cm})^2+(14{,}5\text{ cm})^2}=17{,}8\text{ cm}$ $O=\pi r^2+\pi r s$ $O=\pi(10{,}4\text{ cm})^2+\pi*10{,}4\text{ cm}*17{,}8\text{ cm}=920{,}9\text{ cm}^2$ **Der Kegel hat eine Oberfläche von 920,9 cm².**
35.	Von einem Kegel sind die Oberfläche O = 668 cm² und der Radius r = 7,8 cm bekannt. **Welche Höhe hat der Kegel?** $s=\frac{O-\pi\cdot r^2}{\pi\cdot r}=\frac{668\text{ cm}^2-\pi\cdot(7{,}8\text{ cm})^2}{\pi\cdot 7{,}8\text{ cm}}=19{,}5\text{ cm}$ $h=\sqrt{s^2-r^2}=\sqrt{(19{,}5\text{ cm})^2-(7{,}8\text{ cm})^2}=17{,}9\text{ cm}$ **Der Kegel hat eine Höhe von 17,9 cm.**
36.	Ein Kegel hat eine Grundfläche von 222 cm² und eine Mantellinie s von 14,5 cm. **Wie groß ist seine Mantelfläche?** $r=\sqrt{\frac{G}{\pi}}=\sqrt{222\frac{\text{cm}^2}{\pi}}=8{,}4\text{ cm}$ $M=\pi\cdot r\cdot s$ $M=\pi\cdot 8{,}4\text{ cm}\cdot 14{,}5\text{ cm}=382{,}45\text{ cm}^2$ **Die Mantelfläche beträgt 382,45 cm².**